نشریه علمی- پژوهشی جغرافیا و برنامه‌ریزی، سال ۲۲، شماره ۶۳، بهار ۱۳۹۷، صفحات ۷۶-۵۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۲/۵ تاریخ پذیرش نهایی: ۱۳۹۳/۰۵/۰۶

بررسی تطبیقی رهیافت‌های رگرسیون وزنی جغرافیایی و حداقل مربعات معمولی در برآورد مدل‌های مکانی

محمدرضا پورمحمدی [۱]

رسول قربانی [۲]

علی‌اکبر تقی پور [۳]

چکیده

هدف اصلی این مطالعه بررسی مدل‌های فضایی و روش‌های متعارف برآورد مدل‌های مکانی نظیر حداقل مربعات معمولی و رهیافت جدیدتر رگرسیون وزنی جغرافیایی می‌باشد. برای این منظور نقاط ضعف و قوت هر دو رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی و حداقل مربعات معمولی با ارائه یک مثال ساده مورد توجه قرار گرفته و بر اساس چارچوب نظری هر دو روش، رهیافت مناسب برای برآورد مدل‌های مکانی ارائه شده است. نتایج مقایسه این دو روش نشان می‌دهد که روش رگرسیون وزنی جغرافیایی در مقایسه با روش‌های معمول و متعارف برآورد مدلهای مکانی به دلیل درنظر گرفتن تفاوت‌های مکانی، وابستگی و ناهمسانی فضایی در بین مشاهدات، نتایج مطلوبتری را ارائه می‌دهد. علاوه بر این، معیارهای خوبی برازش مدل نیز دلالت بر مناسب بودن روش رگرسیون وزنی جغرافیایی می‌باشد.

۱ـ استاد گروه جغرافیا و برنامه ریزی شهری دانشگاه تبریز.

۲ـ استاد گروه جغرافیا و برنامه ریزی شهری دانشگاه تبریز.

۳ـ استادیار گروه جغرافیا، دانشکده علوم زمین، دانشگاه دامغان، دامغان، ایران(نویسنده مسئول)

E-mail: a.taghipour@du.ac.ir

واژگان کلیدی: رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی، روش حداقل مربعات معمولی، ناهمسانی فضایی، وابستگی فضایی.

مقدمه

استفاده از تکنیک‌ها، روشها و ابزارهای کمی در علوم مختلف در سالهای اخیر مورد توجه قرار گرفته و گسترش فراوانی یافته است. بکارگیری روش‌های کمی و مقداری در رشته-های مختلف علوم انسانی و به ویژه برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای از گذشته تا کنون همواره دچار چالشهای متفاوتی بوده است. دلیل چالشهای ایجاد شده در رشته‌های علوم انسانی نسبت به علوم طبیعی ماهیت پیچیده و مبتنی بر رفتارهای انسانی می‌باشد. انتقادهای مطرح شده در میان موافقین و مخالفین استفاده از روش‌های کمی در علوم انسانی و مطالعات شهری و منطقه‌ای به جای متوقف ساختن به کارگیری شیوه‌های کمی موجب اصلاح روشها و تکنیک‌هایی در این علوم گردیده است. در این راستا استفاده از مدل‌های کمی در حوزه مطالعات شهری در دهه‌های اخیر رواج بیشتری یافته که در نهایت منجر به شکل‌گیری مدل‌های مکانی گردیده است. یکی از اولین روش‌های متداول در حوزه مدل‌های مکانی، روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی[1] می‌باشد. در روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی فرض بر این است که ناهمسانی فضایی بین مشاهدات برقرار نبوده و وابستگی فضایی نیز بین جملات اختلال وجود ندارد. بنابراین ملاحظه می‌شود در داده‌ها و مشاهداتی که با جزء مکانی مواجه می‌باشند، استفاده از روش‌های مرسوم و متداول رگرسیونی نظر حداقل مربعات معمولی چندان مناسب نبوده و به کارگیری این روشها منجر به تورش پارامترهای مدل می‌شود. از این رو لازم است از سایر روش‌های مدلسازی فضایی نظیر رگرسیون وزنی جغرافیایی[2] استفاده شود. مطالعات تجربی صورت گرفته در زمینه بررسی تطبیقی مدل‌های مکانی به وسیله روش‌های مختلف بیانگر این است که روش‌های رگرسیونی فضایی می‌توانند ناهمسانی فضایی میان مشاهدات و وابستگی بین جملات

[1] - Ordinary least Squares (OLS)
[2] - Geographically Weighted Regression (GWR)

اختلال را در نظر گرفته و به تخمین‌های بدون تورش و سازگار با پارامترهای جامعه آماری منجر شوند. با توجه به اندک بودن مطالعات انجام شده در زمینه بررسی تطبیقی مدل‌های مکانی در ایران و جبران خلأ مطالعاتی موجود (بخصوص در زمینه روش رگرسیون وزنی جغرافیایی)، این مطالعه بر آن است به صورت نظری و با استفاده از روش‌های مختلف مدلسازی داده‌های مکانی نظیر حداقل مربعات معمولی و رگرسیون وزنی جغرافیایی، مزایا و نقاط ضعف روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی را شناسایی نموده و برتری رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی را نسبت به سایر روش‌های متداول بیان نماید.

مبانی نظری مدل‌های مکانی

در علوم فضایی معمولاً با مشاهداتی مواجه می‌باشیم که جنبه‌های مکانی در آنها مطرح است. بنابراین، قبل از هر چیز باید به تعیین کمیت و مقدار عددی جنبه‌های مکانی پرداخته شود. برای این منظور، دو منبع اطلاعاتی مورد نیاز است. اولین منبع، موقعیت در صفحه مختصات بوده که از طریق طول و عرض جغرافیایی بیان می‌شود. در این حالت می‌توان فاصله هر نقطه در فضا را با فاصله هر مشاهده قرار گرفته در هر نقطه نسبت به مشاهدات ثابت محاسبه نمود. با در نظر گرفتن این مورد، مشاهداتی که به یکدیگر نزدیک‌ترند نسبت به آن‌های ی که دارای فاصله زیادی هستند، منعکس کننده وابستگی فضایی بالاتری می‌باشند (سلطانی و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۰۱).

دیگر منبع اطلاعاتی، مجاورت و همسایگی است که بیانگر موقعیت نسبی در فضای یک واحد منطقه‌ای مشاهده شده نسبت به واحدهای دیگری می‌باشد. شاخص نزدیکی و مجاورت بر اساس اطلاعات به دست آمده از نقشه جامعه مورد مطالعه بوده و لذا می‌توان همسایگی و مجاورت مناطق را تعیین نمود. به عبارت دیگر، مناطق دارای همسایگی، مرزهایی هستند که به یکدیگر همگرا می‌شوند. واحدهایی که دارای همسایگی یا مجاورت هستند نسبت به محل‌ها یا واحدهای دورتر، درجه وابستگی فضایی بالاتری را نشان خواهند داد (اکبری و مویدفر، ۱۳۸۳: ۶).

زمانی که در تحقیق با داده‌های مکانی مواجه می‌باشیم، استفاده از روش‌های مرسوم و متداول مدل‌سازی مناسب نبوده و برآورد ضرایب مدل، تورش‌دار و ناسازگار خواهد بود. در

این حالت و در شرایطی که داده‌های مکانی در تحقیق وجود دارد لازم است از سایر ابزارها و روش‌های مدلسازی فضایی استفاده شود که مدل‌های خودرگرسیون فضایی یکی از مهمترین این نوع مدلها می‌باشند. به طور کلی زمانیکه داده‌های نمونه‌ای دارای جزء مکانی- اند دو مسئله وابستگی و ناهمسانی فضایی رخ می‌دهد (عسگری و اکبری، ۱۳۸۰: ۹۶-۹۷).

وابستگی فضایی[1] بین مشاهدات: وابستگی فضایی اشاره به این واقعیت دارد که داده‌های نمونه ای مشاهده شده در یک نقطه از فضا وابسته به مقادیر مشاهده شده در مکان‌های دیگر است (اکبری و همکاران، ۱۳۸۳: ۱۰۲)؛ به عنوان مثال آلودگی هوا در مکانی مانند i فقط متأثر از عوامل درون همان منطقه i نبوده و عوامل دیگری نظیر تراکم جمعیت و کاربری اراضی، درآمد سرانه تحت عنوان وابستگی فضایی که ناشی از مجاورت این منطقه با مناطق دیگر است بر آلودگی هوا در منطقه i تاثیر دارند که روش‌های مرسوم امکان برآورد آنها را نخواهد داشت

ناهمسانی فضایی[2]: ناهمسانی فضایی بدان معنا است که هنگام حرکت در بین مشاهدات، توزیع داده‌های نمونه‌ای دارای میانگین و واریانس ثابتی نخواهد بود (Florax and Vlist, 2003: 227-228). به عنوان مثال اگر قیمت فروش واحدهای مسکونی در مناطق مختلف یک شهر در نظر گرفته شده و قیمت واحدهای مسکونی را در سه گروه: قیمت بالا، متوسط و پایین در نظر داشته باشیم، احتمالا سه توزیع مجزا از قیمت واحدهای مسکونی وجود خواهد داشت. به عنوان مثال خانه‌هایی که دارای قیمت پایین هستند به مرکز شهر CBD[3] نزدیک تر و خانه‌هایی که دارای قیمت‌های بالا هستند از CBD دورتر می‌باشند. بنابراین وجود سه توزیع مجزا برای قیمت واحدهای مسکونی با فرض معمول در اقتصادسنجی که بیان می‌دارد با حرکت در میان مشاهدات، توزیع داده‌های نمونه ای دارای میانگین و واریانس ثانت‌اند، متناقض خواهد بود (موذن جمشیدی و همکاران، ۱۳۹۰: ۱۰۷).

---

1 . Spatial Dependency

2 . Spatial Heterogeneity

3 - Central business district

با توجه به موارد بیان شده، در مطالعات گوناگونی که با داده‌های مکانی ارتباط دارند باید از تکنیک ها و مدل‌های تصحیح شده ای استفاده نمود که میزان خطاهای احتمالی در آن به حداقل ممکن رسیده و قابلیت اطمینان بالاتری را ارائه دهند.

در زمینه برآورد مدل‌های مکانی با استفاده از روش‌های مختلف مطالعات متعددی صورت گرفته است. در بیشتر این تحقیقات و به ویژه مطالعات داخلی برای برآورد قیمت از روش حداقل مربعات معمولی استفاده شده و از روش رگرسیون وزنی جغرافیایی برای برآورد تابع قیمت مسکن استفاده نشده است. در این بخش به مهمترین این مطالعات پرداخته می‌شود.

تو و ژانگ (۲۰۰۸) به بررسی مقایسه‌ای دور روش GWR و OLS در زمینه رابطه بین کاربری اراضی و کیفیت منابع آب در آمریکا می‌پردازند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روش OLS نمی‌تواند تفاوت مکانی و منطقه‌ای ارتباط بین کاربری اراضی و کیفیت منابع آب را به خوبی نشان داده در حالیکه استفاده از روش GWR وابستگی فضایی و ناهمسانی واریانس را در بین مناطق مورد بررسی در نظر می‌گیرد. بنابراین استفاده از این روش در برآورد مدل‌های مکانی نسبت به روش حداقل مربعات معمولی دارای کاربرد بیشتری می-باشد.

در مطالعه دیگری لیائو و وانگ۱ (۲۰۱۲) با استفاده از رهیافت خودرگرسیونی فضایی به برآورد قیمت مسکن در مناطق چین طی سال ۲۰۰۹ می‌پردازند. در این مطالعه عوامل مؤثر بر قیمت مسکن در چارچوب متغیرهای اقتصادی- اجتماعی و ویژگی‌های فیزیکی و محیطی شناسایی گردیده است. نتایج تجربی این مطالعه بیانگر این است که متغیر درآمد سرانه و تراکم جمعیت از مهمترین متغیرهای تأثیرگذار بر قیمت مسکن در این مناطق محسوب می‌شوند. روبینسون و همکاران۲ (۲۰۱۳) با استفاده از دو رهیافت حداقل مربعات معمولی و رگرسیون وزنی جغرافیایی به بررسی تطبیقی هر دو روش در برآورد آلودگی محیط زیست برای شاخص دی‌اکسید نیتروژن در انگلستان می‌پردازند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روش GWR در مقایسه با OLS می‌تواند منعکس‌کننده مناسبی از تفاوت آلودگی در مناطق این کشور بوده و از این جهت نسبت به OLS دارای مزیت می‌باشد.

[1] - Liao and Wang

[2] - Robinson et al

در مطالعات داخلی نیز جعفری صمیمی و همکاران (۱۳۸۹)، در مورد تابع تقاضای مسکن در قائمشهر تحقیق کردند. آنها برای انجام این پژوهش از مدل هدانیک استفاده کردند و در مدل خود به ویژگی‌های مکانی، محیطی و فیزیکی واحدهای مسکونی توجه کردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد مهمترین عوامل موثر بر ارزش واحد مسکونی مساحت زمین، سطح زیربنا، تعداد اتاق خواب، فاصله واحد مسکونی از مرکز شهر، فاصله واحد مسکونی از خیابان اصلی، فاصله واحد مسکونی از پارک و فضای سبز می باشد. سعادت مهر (۱۳۸۹) ارزیابی قیمت مسکن با داده‌های مقطعی را در شهر خرم آباد انجام داده است و برای این کار از تابع قیمت هدانیک استفاده کرده است. برای انجام این تحقیق متغیرهای گوناگونی مانند فصل، امنیت اجتماعی، وضعیت جغرافیایی، مساحت زمین، مساحت زیربنا، قدمت یا عمر ساختمان، اسکلت ساختمان، گاز شهری، تلفن، نما، بر ساختمان و... استفاده گردیده که نتایج بصورت کلی نشان می دهد مساحت زمین، امنیت اجتماعی، بر ساختمان، اسکلت، نما، عرض کوچه یا خیابان، فاصله از مرکز شهر و پارکینگ تاثیر مثبت و معنی داری بر قیمت مسکن دارند و متغیرهای عمر ساختمان و تعداد اتاق ها تاثیر منفی و معنی داری بر قیمت مسکن در شهر خرم آباد دارند. قلی زاده و همکاران (۱۳۸۹)، در یک بررسی مقایسه ای تابع قیمت هدانیک مسکن را در مناطق شهری استان همدان مورد بررسی قرار دادند. آنها برای انجام پژوهش خود دو مدل یعنی قیمت هدانیک سنتی و مدل قیمت هدانیک رید[1] را با هم بکار گرفته اند. نتایج به دست آمده نشان می دهد مدل رید نسبت به مدل هدانیک سنتی از قدرت توضیح دهندگی بیشتری برخوردار است. این مدل به تفکیک مالکان و مستاجران تخمین زده شده است. یافته‌های تحقیق نشان داد که کیفیت خدمات مسکن تابع عواملی مانند: زیربنا، تعداد اتاق، اسکلت فلزی و آجری، تعمیرات سالیانه، پکیج، آسانسور و نیز متغیرهای دموگرافیکی مانند: سن، جنس، سطح تحصیلات و وضعیت تاهل مالک واحد مسکونی بر قیمت مسکن در مناطق شهری استان همدان است.

محمدزاده و همکاران (۱۳۹۱) با استفاده از رویکرد اقتصاد سنجی فضایی به تخمین قیمت هدانیک ساختمانهای مسکونی در شهر تبریز در سال ۱۳۸۹ می‌پردازند. نتایج این پژوهش

[1] - Reid

نشان می‌دهد که از بین متغیرهای برآورد شده برای ارزش واحدهای مسکونی در مناطق هشت‌گانهٔ شهر تبریز به ترتیب، مجهز بودن واحدهای مسکونی به سیستمهای حرارتی و برودتی، نمای بیرونی، نوع اسکلت بندی و مصالح به کار رفته در واحدهای مسکونی، دسترسی به خیابان و وضعیت امنیتی منطقه، بر روی قیمت واحدهای مسکونی تأثیر مثبت و معنی‌داری دارند

در جمع‌بندی مطالعات انجام شده و به ویژه مطالعات داخلی می‌توان بیان کرد که برای برآورد قیمت مسکن از روش حداقل مربعات معمولی استفاده شده و از رگرسیون وزنی جغرافیایی استفاده نشده است. لذا بررسی روش‌شناسی رگرسیون وزنی جغرافیایی در مدل-های مکانی حائز اهمیت بوده که در این مطالعه به آن پرداخته می‌شود.

روش‌های متداول در برآورد مدل‌های مکانی

یکی از روش‌های برآورد مدل‌های مکانی روش حداقل مربعات معمولی است. این روش که به فردریک گوس[1] نسبت داده می‌شود، با داشتن ویژگی‌های آماری مهم یکی از قوی ترین روش‌های تحلیل رگرسیونی را ایجاد نموده است. برای مدل رگرسیونی دو متغیره می‌توان فرم تبعی زیر را در نظر گرفت:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \qquad (۱)$$

در معادله فوق، Y معرف متغیر وابسته به عنوان مثال قیمت هر متر مربع واحد مسکونی و X بیانگر متغیر مستقل یا توضیحی برای مثال درآمد می‌باشد. معادله (۱)، تابع رگرسیونی در جامعه آماری بوده و برای برآورد آن از اطلاعات نمونه استفاده می‌شود. لذا تخمین پارامترهای مدل فوق بر اساس اطلاعات نمونه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + e_i \qquad (۲)$$

[1] - Carl Friedrich Gauss

در معادله (۲)، پارامترهای مدل با فرض حداقل کردن مجذور مربعات خطا[۱] حاصل می‌شود (Pohlmann and Leitner, 2003:119). در مرحله بعد و پس از برآورد مدل رگرسیون جامعه ، مفروضات مدل رگرسیون خطی به صورت زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

الف) میانگین جملات خطا در این روش برابر با صفر می باشد، به عبارت دیگر $E(u_i \mid X_i) = 0$. این فرض بیان می‌کند که مقادیر مثبت ui، مقادیر منفی آن را خنثی نموده به طوریکه مجموع مقادیر خطاها برابر با صفر و در نتیجه میانگین جملات خطا نیز برابر با صفر می‌باشد. به عنوان مثال در برآورد قیمت هر متر مربع واحد مسکونی، همواره بین مقادیر واقعی و برآورد شده اختلاف وجود دارد. در روش حداقل مربعات معمولی مجموع مقادیر خطاها برابر با صفر می‌باشد.

ب) فرض دوم در خصوص عدم وجود خود همبستگی بین جملات خطا می‌باشد که $\mathrm{cov}(u_i, u_j) = 0$ است. از نقطه نظر تکنیکی این فرض نشان دهنده عدم وجود همبستگی سریالی یا عدم وجود خودهمبستگی بوده و بدین معناست که با توجه به هر Xi، انحرافات هر دو مقدار Y از مقدار میانگین‌هایشان را ارائه نمی‌دهد(گجراتی، ، ۱۳۸۵: ۷۵). در برآورد قیمت مسکن به روش حداقل مربعات معمولی، وابستگی مکانی بین جملات خطا در نظر گرفته نمی‌شود. به عنوان مثال اختلاف قیمت بین مقدار واقعی و برآورد شده قیمت مسکن در منطقه i ام با منطقه j ام دارای وابستگی نیست. در حالیکه ادبیات مدلهای مکانی نشان می‌دهد بین اختلاف قیمت در مناطق همواره یک وابستگی مکانی برقرار باشد که روش حداقل مربعات معمولی این فرض را نادیده در نظر می‌گیرد.

پ) فرض دیگر در مورد روش حداقل مربعات معمولی، همسانی واریانس بین جملات خطا می‌باشد. از نظر تکنیکی، فرض همسانی، پراکندگی یا واریانس را نشان می‌دهد (Han,2011:3). به طور مثال در روش حداقل مربعات معمولی فرض همسانی واریانس نشان می‌دهد که با افزایش سطح تولید و درآمد در تمامی مناطق، واریانس و انحراف معیار قیمت هر متر مربع واحد مسکونی ثابت بوده و تغییر نمی‌کند. این ویژگی یکی از نقاط ضعف

---

[۱]- در برآورد مدلهای مکانی، خطا بیانگیر اختلاف بین مقدار واقعی متغیر وابسته برای مثال قیمت هر متر مربع واحد مسکونی و مقدار برآورد شده آن می باشد.

روش حداقل مربعات معمولی در برآورد مدلهای مکانی است. زیرا در واقعیت، انتظار بر این است با افزایش سطح درآمد در مناطق، توزیع نمونه‌ای قیمت مسکن نیز در مناطق مختلف، متفاوت باشد که روش حداقل مربعات معمولی این نقیصه را دارا می‌باشد.

ت) فرض مهم دیگر در روش رگرسیون خطی کلاسیک کواریانس صفر بین جملات اختلال و متغیر توضیحی است. این فرض بیان می‌کند که جزء خطا با متغیر مستقل ناهمبسته بوده می‌باشد (رحمانی و امیری، ۱۳۸۶: ۴۲). به عنوان مثال می‌توان عنوان نمود که با افزایش درآمد خانوارها در مناطق مختلف، هر یک از عواملی که می‌تواند بر قیمت مسکن تأثیرگذار بوده و در مدل ملحوظ نشده باشد، تغییر نکند. متغیر تراکم جمعیت را می‌توان به عنوان یکی از متغیرهای مؤثر بر قیمت مسکن قلمداد نمود. در مدل رگرسیون دو متغیره که قیمت تابعی از درآمد خانوارها در نظر گرفته می‌شود، متغیر تراکم جمعیت به عنوان متغیر جزء خطا تعریف شده که می‌تواند با درآمد خانوارها در مناطق مختلف دارای همبستگی باشد. همبستگی این دو متغیر بدین ترتیب است که با افزایش درآمد، می‌توان انتظار داشت تراکم جمعیت افزایش یابد، در حالیکه این همبستگی در روش حداقل مربعات معمولی نادیده گرفته شده و این ویژگی یکی از نقاط ضعف روش OLS می‌باشد.

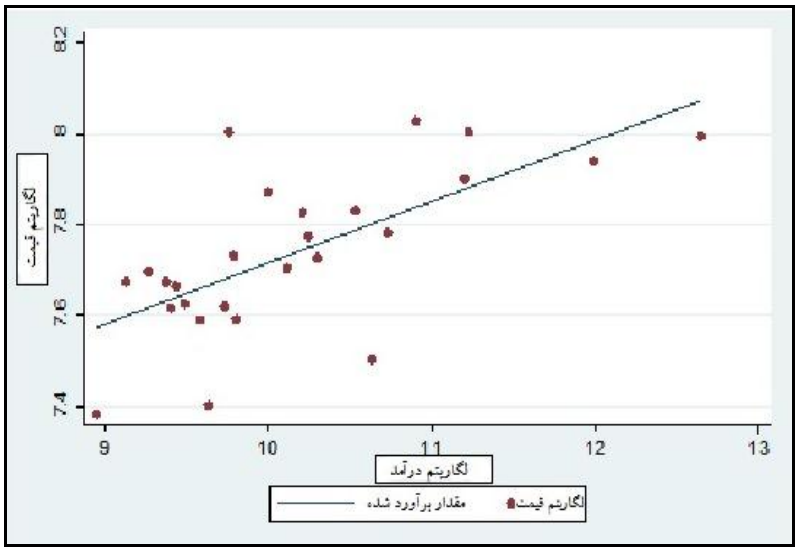
پس از بیان فرضیات گوس- مارکوف۱ لازم است به این نکته اشاره شود که این فرضیات در روش حداقل مربعات معمولی صادق بوده و به عبارتی به اثبات می رسد (Azevado, 2011;4). این در حالیست که در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی فرضیات گوس-مارکوف رد می شود و به عبارتی این چند فرضیه از نقاط ضعف روش OLS در مقابل روش GWR می باشد.

در ادامه به منظور بررسی فروض بیان شده و بیان موارد گفته شده در مورد OLS، مثال ساده‌ای در خصوص ارتباط دو متغیر قیمت هر متر مربع واحد مسکونی و درآمد در تعدادی از استان‌های منتخب طی سال ۱۳۸۸ ارائه می‌شود[۲]. برای این منظور و قبل از برآورد مدل رگرسیون، ارتباط پراکنش این دو متغیر در نمودار زیر نمایش داده می‌شود:

---

[1]- Gauss–Markov theorem

[۲]- در مقاله حاضر هدف آوردن نمونه موردی نیست بلکه بیشتر تاکید نویسندگان برمبانی دو روش بخصوص روش رگرسیون وزنی جغرافیایی می باشد و مثال ذکر شده فقط برای روشنترشدن و درک بهتر مطالب ذکر شده می باشد.



نمودار (۱). ارتباط پراکنش دو متغیر قیمت هر متر مربع واحد مسکونی و درآمد
ماخذ: داده‌های مرکز آمار ایران

نمودار فوق نشان می‌دهد که ارتباط مستقیمی بین قیمت هر متر مربع واحد مسکونی و درآمد در استانهای منتخب برقرار بوده و انتظار بر این است که در مدل برآورد شده ضریب درآمد مثبت باشد. به عبارت دیگر با افزایش سطح درآمد مقدار تقاضا افزایش یافته و در نتیجه آن تقاضا برای مسکن نیز افزایش یابد. در بخش بعدی نتایج برآورد مدل مکانی به روش حداقل مربعات معمولی در جدول زیر ارائه می‌شود.

جدول (۱). نتایج برآورد مدل به روش OLS

مقدار آماره t	ضریب	متغیر مستقل
۴/۴۸	۰/۱۳	LY

مأخذ: داده‌های مرکز آمار ایران

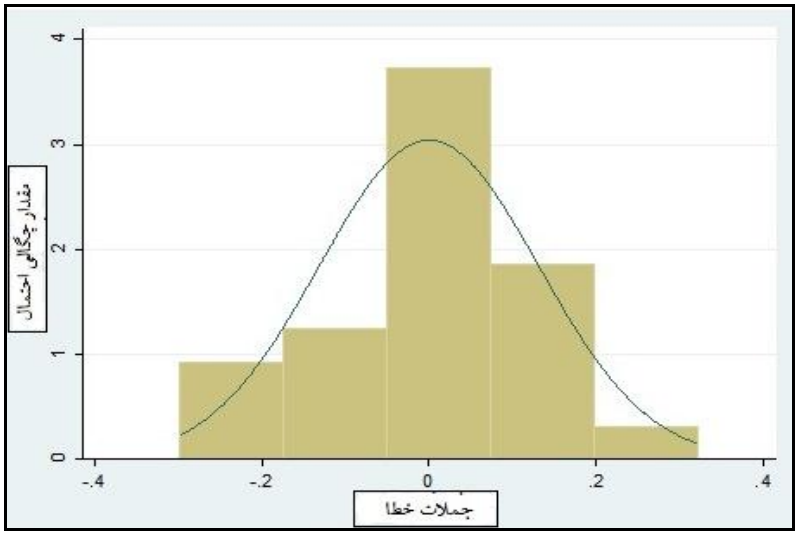
همانگونه که نتایج جدول (۱) نشان می‌دهد افزایش یک درصدی درآمد در استانها منجر به افزایش ۰/۱۳ درصدی قیمت هر متر مربع واحد مسکونی می‌شود. از آنجا که در روش حداقل مربعات معمولی ضریب برآورد شده طی زمان و برای واحدهای مقطع مورد مطالعه (استانهای منتخب) ثابت است، لذا می‌توان بیان کرد که ضریب درآمد برای استان‌های مورد بررسی یکسان و ثابت است. یعنی افزایش درآمد به میزان یک درصد، قیمت هر متر مربع واحد مسکونی را در تمامی استانها به میزان ۰/۱۳ درصد افزایش می‌دهد، در حالیکه ویژگی اقتصادی –اجتماعی و جغرافیایی مناطق مورد بررسی یکسان نبوده و عوامل متعددی می‌تواند بر درآمد و قیمت واحدهای مسکونی در این استان ها تأثیرگذار باشد. در نتیجه روش حداقل مربعات معمولی دارای این ضعف اساسی است که مقدار پارامتر برآورد شده که در این مثال ضریب درآمد است، در تمامی واحدهای مکانی ثابت می‌باشد. علاوه بر این نتایج برآورد مدل به روش OLS بیانگر این است که ناهمسانی و وابستگی فضایی بین مشاهدات در مکانهای مختلف وجود ندارد. در حالیکه می‌توان انتظار داشت در داده‌ها نمونه‌ای و مکانی، با تغییر مکان و مختصات جغرافیایی توزیع نمونه‌ای داده‌ها نیز دچار تغییر شود و همچنین میانگین و واریانس توزیع داده‌ها تغییر نماید. بنابراین با در نظر گرفتن این ویژگی‌ها روش حداقل مربعات معمولی علی‌رغم در نظر گرفتن فروض کلاسیک رگرسیون خطی که در فوق به آن اشاره گردید نمی‌تواند برآورد مناسبی از داده‌های مکانی ارائه دهد. نتایج مربوط به همسانی فضایی در روش حداقل مربعات معمولی در جدول زیر اراده شده است:

جدول (۲). نتایج بررسی همسانی فضایی در بین مشاهدات

ارزش احتمال	درجه آزادی	مقدار آماره آزمون
۰/۶۹	۱	۰/۱۵

بر اساس نتایج آزمون ناهمسانی فضایی در بین جملات خطا می‌توان بیان کرد که فرضیه صفر مبنی بر همسانی واریانس در بین جملات خطا رد نگردیده و لذا با تغییر موقعیت مکانی توزیع نمونه‌ای مشاهدات تغییر نمی‌کند. لذا واریانس جملات خطا بین استانهای مورد مطالعه ثابت است.

یکی دیگر از مهمترین مفروضات روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی نرمال بودن جملات خطا می‌باشد. به عبارتی در این روش جملات خطا حول میانگین خود متمرکز بوده و دارای توزیع زنگوله‌ای متقارن می‌باشند. نمودار توزیع جملات خطا در نمودار زیر نمایش داده شده است:



نمودار (۲). توزیع جملات خطا در روش OLS
ترسیم: نگارندگان

نتایج نمودار فوق نشان می‌دهد که توزیع جملات خطا به صورت نرمال بوده و خطاها حول میانگین خود (صفر) در نوسان هستند. لذا می‌توان نرمال بودن جملات خطا را در روش حداقل مربعات معمولی تأیید نمود. نتایج روش حداقل مربعات معمولی علی‌رغم سازگاری با مفروضات مدل رگرسیون خطی کلاسیک، دارای این ضعف اساسی است که در آن ضرایب برآورد شده امکان تغییر در بین واحدهای مکانی را نداشته و همچنین وابستگی فضایی در بین مشاهدات در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین در داده‌های مکانی بهتر است از روش‌های رگرسیون فضایی همانند رگرسیون وزنی جغرافیایی استفاده شود. برای مقایسه تطبیقی بین

این دو روش لازم است نتایج برآورد دو مدل با یکدیگر تطبیق داده شده و مزیت روش رگرسیون وزنی جغرافیایی نسبت به حداقل مربعات معمولی بیان گردد. به همین منظور در ادامه روش رگرسیون وزنی جغرافیایی توضیح داده می شود.

روش رگرسیون وزنی جغرافیایی

روش رگرسیون وزنی جغرافیایی یکی از رهیافت‌های نوین در تحلیل داده‌های مکانی می-باشد. این روش با در نظر گرفتن وابستگی فضایی و ناهمسانی فضایی در بین داده‌ها و در نهایت نقشه هایی که از نتایج مدلسازی ارائه می‌دهد در تجزیه و تحلیل نهایی نقش موثری دارد.

منطق ساده بکارگیری مدل‌های مکانی و فضایی و همچنین روش رگرسیون وزنی جغرافیایی در واقع پیروی از قانون اول جغرافیاست که بیان می‌کند، هر عاملی مانند نیروهای جاذبه جمعیت، نیروی کار، نیروی سرمایه و... به متغیر دیگری مربوط است ولی مشاهدات نزدیکتر از مشاهدات دورتر بیشتر به یکدیگر مربوط می‌شوند (مثلاً افزایش فرایند یکپارچه‌سازی اقتصادی از طریق ایجاد هسته بصورت چرخه‌های محرک رشد، یا مرکز قطب توسعه برای بازار مشترک و تجمع امکانات در یک یا چند نقطه که بتواند باعث کاهش هزینه‌های حمل و نقل، افزایش نرخ مهاجرت و گسترش بازارهای تجاری، افزایش اثرات مثبت سرریز، انتقال سرمایه و فن‌آوری و غیره شوند) (کسرایی، ۱۳۸۵: ۳۰).

این روش توسط براندسون، فودرینگهام و کارلتون (۱۹۹۶) به عنوان یکی از روش‌های نوین رگرسیونی مطرح شده است (Brunsdon, et al., 1996: 281). روش رگرسیون وزنی جغرافیایی حالت تعمیم یافته روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی بوده که در آن الگوی فضایی روابط بین متغیرها، در فضای نمونه مورد بررسی قرار می‌گیرد (Gao & Li, 2011:296).

در این روش ضرایب متغیرهای توضیحی با استفاده از ماتریس وزنی برآورد می‌شود. وزن هر یک از متغیرها در این روش بر اساس فاصله هر یک از مشاهدات با موقعیت برآورد شده متغیرها تعیین می‌شود (Zhang et al , 2011: 1039).

بر اساس مطالب ارائه شده فوق، زمانی که داده‌ها دارای جزء مکانی باشند استفاده از روش-های معمول و متداول رگرسیونی، نتایج تحلیل یافته‌ها را تورش‌دار خواهد نمود. به همین دلیل استفاده از مدل‌ها و رگرسیون‌های فضایی در مطالعات شهری و منطقه‌ای کاربرد فراوانی دارد. رگرسیون وزنی جغرافیایی تعمیم مدل رگرسیون معمولی می باشد که بصورت زیر بیان می‌شود:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_m x_{mi} + \varepsilon_i \quad (۱)$$

در مدل فوق، y بیانگر متغیر وابسته و Xi معرف هر یک از متغیرهای مستقل می‌باشند. علاوه بر این ε و i نیز به ترتیب نشان دهنده جزء خطا و هر نقطه در فضا می‌باشد. مدل (۱) به معادله رگرسیون کلی یا جهانشمول[1] معروف است. تخمین پارامترهای مدل رگرسیون از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (۲)$$

در رابطه (۲)، $\hat{\beta}$ بردار پارامترهای برآورد شده، X ماتریس متغیرهای مستقل، y بردار مقادیر مشاهده متغیر وابسته و $(X'X)^{-1}$ معکوس ماتریس واریانس کواریانس است. (Fotheringham, et al., 2002: 16). این رابطه بیان می کند که در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی ضرایب متغیرهای مستقل در بین مناطق مورد بررسی تغییر نموده در حالیکه در روش حداقل مربعات معمولی ضرایب متغیرهای مستقل در بین نمونه و مناطق ثابت می‌باشد (Grubesic et al, 2012: 95-96).

یکی از روش‌های برآورد پارامترهای مدل در حالتیکه بین مشاهدات هر نقطه از فضا وابستگی وجود داشت باشد، روش رگرسیون وزنی جغرافیایی[2] است. ایده اصلی رگرسیون وزن‌دار فضایی بر این اساس است که بررسی متغیرهای مستقل و وابسته در پهنه مورد مطالعه، در مکان‌هایی صورت می‌گیرد که موقعیت آنها مشخص است. مشاهدات نزدیکتر به هر موقعیت، دارای وزن بیشتر و مشاهدات دورتر، دارای وزن کمتری هستند. اگر مجموعه-

[1] . Global Regression Model

[2] . Geographical Weighted Regression (GWR)

ای از داده‌ها شامل یک متغیر وابسته (Y) و m متغیر مستقل (Xi, i=1,2,…m) بوده و برای هر n مشاهده، موقعیت این مشاهدات در یک سیستم مختصات جغرافیایی در دسترس باشد، معادله رگرسیون وزن‌دار جغرافیایی بصورت زیر خواهد بود:

$$y_i(u) = \beta_{0i}(u) + \beta_{1i}(u)x_{1i} + \beta_{2i}(u)x_{2i} + \ldots + \beta_{mi}(u)x_{mi} \quad (۳)$$

در معادله (۳)، $\beta_{0i}(u)$ بیانگر این است که پارامترها ارتباطی را در اطراف موقعیت u توصیف نموده که مختص همین موقعیت می‌باشد. تخمین پارامترها بر اساس روش حداقل مربعات وزنی بوده و وزن‌ها در موقعیت u در ارتباط با سایر مشاهدات واقع در گروه داده‌ها می‌باشند. در این حالت، برآورد پارامترها به صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$\hat{\beta}(u) = (X^T W(u) X)^{-1} X^T W(u) y \quad (۴)$$

در معادله فوق، W(u) ماتریس مربع وزنی برای موقعیت u در حوزه مکانی مورد مطالعه است. $(X^T WW(u)X)$ ماتریس واریانس- کواریانس وزنی جغرافیایی است. رگرسیون وزن دار فضایی با ایجاد داده‌های مکانی این امکان را فراهم می‌آورد تا تغییر فضایی در روابط بین متغیرها مورد بررسی قرار گیرد (سلطانی و همکاران، ۱۳۸۹: ۱۰۴).

یکی از بحث‌های مهم و اساسی در روش GWR، تعیین پهنای باند برای برآورد ماتریس وزنی می‌باشد. به طور کلی پهنای باند در این روش به دو صورت پهنای باند ثابت۱ و انطباقی۲ بوده که پهنای باند ثابت یک فضای جستجوی ثابت را در فضای داده‌ها مشخص می‌کند. این پهنا بر اساس مدل گوسی بوده و وزن‌دهی در ماتریس وزنی به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

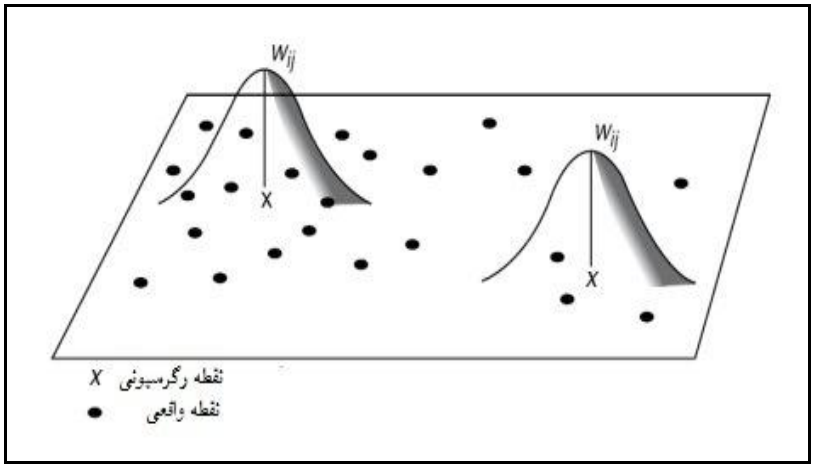
$$w_{ij} = \exp\left[-{}^{1}\!/_{2}(d_{ij}/b)^2\right] \quad (۵)$$

در رابطه بالا wij وزن جغرافیایی بین مشاهده i ام و j ام ، dij فاصله مشاهده i ام از موقعیت j ام و b پهنای باند می‌باشد (Lloyd, 2011:74). نمودار ۳ مربوط به پهنای باند ثابت می‌باشد:

---

[1] . Fixed

[2] . Adaptive



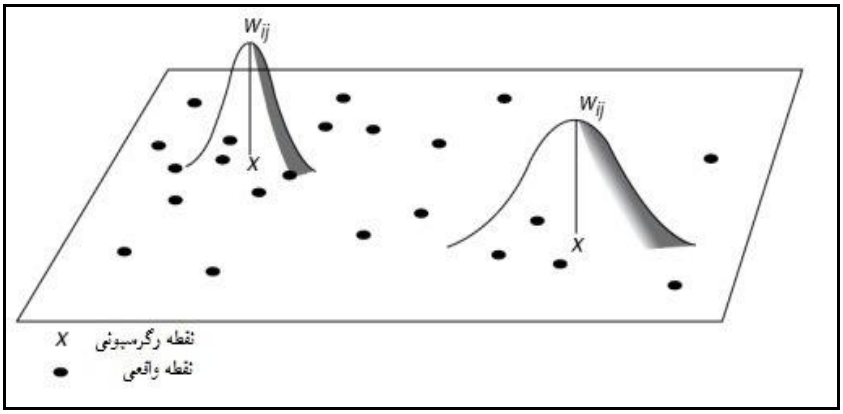
نمودار (۳). تعیین ماتریس وزنی جغرافیایی بر اساس پهنای باند ثابت

ماخذ: Fotheringham, et al., 2002: 45

نمودار فوق نشان می‌دهد موقعیت هر نقطه در فضا با موقعیت هر نقطه در خط رگرسیون دارای فاصله ثابتی بوده و توزیع مشاهدات به صورت نرمال یا گوسی می‌باشد. تفاوت پهنای باند ثابت با انطباقی این است که در پهنای ثابت، توزیع مشاهدات به صورت نرمال تعیین شده و داده‌ها دارای پراکندگی چندانی نبوده در حالیکه در پهنای باند انطباقی توزیع مشاهدات می‌تواند دارای پراکندگی بیشتری نسبت به پهنای باند ثابت باشد. در این شرایط تعریف وزن در ماتریس وزنی از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$w_{ij} = \exp((1-\frac{d_{ij}}{b})^2)^2 \qquad (۶)$$

تعریف متغیرها در این معادله همانند معادله (۵) می‌باشد. در نمودار زیر پهنای باند انطباقی نمایش داده شده است:



نمودار (٤). تعیین ماتریس وزنی جغرافیایی بر اساس پهنای باند انطباقی

ماخذ: Fotheringham, et al., 2002: 47

در نمودار فوق بر خلاف پهنای باند ثابت، توزیع مشاهدات می‌تواند دارای پراکندگی کمتر و یا بیشتر باشد که در این حالت توزیع به صورت پهن‌تر و یا متراکم‌تر خواهد بود (Fotheringham, et al., 2002: 44-47).

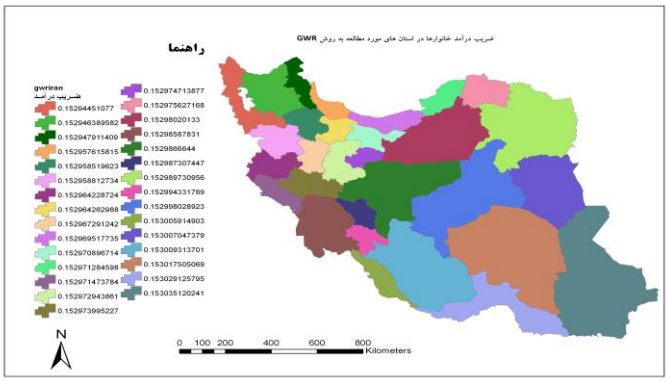
در این بخش نتایج مربوط به معیارهای خوبی برازش مدل برای مثال تأثیر درآمد خانوار بر قیمت هر متر مربع واحد مسکونی با استفاده از رهیافت GWR ارائه می‌شود. نتایج در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول (۳). معیارهای خوبی برازش برای روش GWR

روش‌های برآورد مدل	ضریب تعیین	ضریب تعیین تعدیل شده	مقدار آماره آکائیک	واریانس جزء خطا[1]
حداقل مربعات معمولی (OLS)	۰/۴۵	۰/۴۳	۲۸/۸۷	۰/۰۱۹۷
روش GWR	۰/۴۶	۰/۴۴	-۲۵/۸۷	۰/۰۱۷

[1] . در مدل‌های برآورد شده واریانس جزء خطا نشان دهنده خطای مدل براورد شده بوده که در این مطالعه مقدار واریانس جملات خطای روش رگرسیون وزنی جغرافیایی برابر با ۰/۰۱۷ و روش حداقل مربعات معمولی برابر با ۰/۰۱۹۷ می‌باشد. به عبارت دیگر در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی خطای تصریح مدل رگرسیون در مقایسه با روش OLS کمتر می‌باشد.

مقایسه آماره‌های خوبی برازش مدل برآورد شده برای دو روش OLS و GWR نشان می-دهد که ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده برای روش GWR بیشتر از روش حداقل مربعات معمولی می‌باشد. به عبارت دیگر در مدل برآورد شده برای مثال مربوط به تأثیر درآمد بر قیمت هر متر مربع واحد مسکونی در استانهای مورد مطالعه، حدود ۴۶ درصد از تغییرات قیمت مربوط به تغییرات درآمد خانوارها است در حالی که در روش حداقل مربعات معمولی این مقدار برابر با ۰/۴۵ است. علاوه بر این، مقدار آماره آزمون آکائیک برای روش GWR کمتر از روش OLS است که این امر بیانگر کوچکتر بودن مجموع مربعات خطا در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی است. همچنین واریانس جزء خطا برای روش GWR در مقایسه با حداقل مربعات معمولی کمتر بوده که این امر بیانگر این است مدل تصریح شده در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی دارای تورش کمتری می‌باشد. به عنوان نتیجه‌گیری کلی از مقایسه دو روش مذکور، می‌توان استنباط نمود که روش GWR در مقایسه با روش حداقل مربعات معمولی دارای معیارهای خوبی برازش بالاتری است. شایان ذکر است که برای مقایسه دو روش علاوه بر صادق بودن مفروضات مربوط به مدل رگرسیون خطی کلاسیک، لازم است از سایر معیارها برای مقایسه استفاده شود که در این مطالعه از آمارهای خوبی برازش مدل استفاده شده است. در ادامه نتایج مربوط به برآورد ضریب درآمد خانوارها برای استانهای مورد بررسی در تصویر زیر گزارش شده است:



نقشه شماره ۱: برآورد ضریب درآمد خانوارها برای استان‌های مورد بررسی

بر اساس تصویر فوق می‌توان بیان کرد که ضریب درآمد خانوار در هر استان با یکدیگر متفاوت بوده به طوریکه با افزایش درآمد خانوار در هر استان، قیمت هر متر مربع واحد مسکونی در حدود ۰/۱۵ درصد تغییر می‌کند. با توجه به این نتایج، با تغییر موقعیت هر استان، ضریب درآمد خانوار نیز تغییر نموده در حالیکه نتایج روش حداقل مربعات معمولی نشان دهنده ضریب درآمد ثابت ۰/۱۳ درصد برای تمامی استانها می‌باشد. به عنوان نتیجه کلی از برآورد مدل می‌توان ملاحظه نمود که در داده‌های مکانی و نمونه‌ای استفاده از روش رگرسیون وزنی جغرافیایی می‌تواند نتایج مطلوب و مناسبتری از برآورد مدل را ارائه دهد. از اینرو نتایج روش رگرسیون وزنی جغرافیایی به لحاظ معیارهای خوبی برازش مدل و نیز متفاوت بودن ضریب متغیر درآمد نسبت به روش حداقل مربعات معمولی ارجحیت داشته و در تحلیل‌های مکانی مؤثر می‌باشد.

نتیجه‌گیری

بر اساس مبانی نظری مربوط به مدلهای مکانی، محققان در علوم مختلف و به ویژه جغرافیا، شهرسازی، برنامه ریزی منطقه‌ای، اقتصاد و... همواره با داده‌هایی مواجه‌اند که یک جزء اساسی آن بعد مکان یا وجود مختصات جغرافیایی در آن داده‌ها می‌باشد. بکارگیری مدل‌ها و روش‌های متعارف به دلیل عدم درنظر گرفتن بعد مکانی در داده‌ها همواره در سالهای اخیر مورد انتقاد برنامه‌ریزان شهری و منطقه‌ای قرار گرفته‌اند. به همین دلیل محققان امروزه بیشتر توجه خود را به مدل‌هایی معطوف می‌کنند که بتوانند بعد مکانی را در تحلیل‌های خود در نظر بگیرند. در این راستا، یکی از مهمترین روش‌های رگرسیونی، رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی می‌باشد که در دهه اخیر مورد توجه محققان در علوم مختلف قرار گرفته است. این روش با نقض چند فرض مرسوم در قضیه گوس- مارکوف و در نظر گرفتن وابستگی و ناهمسانی فضایی در برآورد پارامترهای مدل، توانسته است نقطه ضعف اساسی در مدل‌های پیشین بخصوص OLS را به خوبی بر طرف نموده و با ارائه یک نتیجه گیری گرافیکی (داشتن امتیاز خروجی هایی به صورت نقشه) به محققان در ارائه یک تحلیل دقیقتر کمک شایانی نماید. در این مطالعه با بهره‌گیری از روش OLS و GWR و با ارائه

یک مثال ساده به ارتباط بین متغیرهای درآمد خانوارها و قیمت هر متر مربع واحد مسکونی در استانهای منتخب ایران پرداخته شد.

جدول ٤: مقایسه خصوصیات دو روش OLS و GWR

روش حداقل مربعات معمولی (OLS)	**روش رگرسیون وزنی جغرافیایی** (GWR)
وابستگی فضایی در نظر گرفته نمی شود	وابستگی فضایی از ارکان اساسی این روش است
ناهمسانی فضایی در نظر گرفته نمی شود	ناهمسانی فضایی از ارکان اساسی این روش است
تاثیرات مجاورت و همسایگی در برآورها در نظر گرفته نمی شود.	تاثیرات مجاورت و همسایگی در برآورها در نظر گرفته می شود.
فروض گاس–مارکوف در این روش اثبات می شود	فروض گاس–مارکوف در این روش رد می شود
متغیرهای مستقل (توضیحی) در نمونه‌گیری‌های تکراری ثابت هستند.	متغیرهای مستقل (توضیحی) در نمونه‌گیری‌های تکراری ثابت نیستند.
یک رابطه خطی مشخص بین مشاهدات نمونه ای وجود دارد.	رابطه خطی مشخصی بین مشاهدات نمونه ای وجود ندارد.
برآورد پارامترها در این روش تورش دار است.	برآورد پارامترها دارای تورش کمتری می‌باشد.
نیجه گیری نهایی بصورت یک ترسیم کلی می باشد.	نیجه گیری نهایی را می توان بصورت نقشه و با بیان گرافیکی ارائه نمود.
به دلیل عدم توجه به مختصات جغرافیایی با GIS چندان هماهنگ نمی باشد.	به خوبی می توان این روش را در GIS پیاده نمود.
تاکید بر شباهت‌ها در داده‌های نمونه‌ای	تاکید بر تفاوت‌ها در داده‌های مکانی

نتایج برآورد مدل برای هر دو روش بیانگر این است که در روش حداقل مربعات معمولی ضریب برآورد شده برای درآمد در طی مکانهای مورد مطالعه ثابت بوده در حالیکه در روش رگرسیون وزنی جغرافیایی این ضریب برای تمامی استانهای مورد بررسی متفاوت می‌باشد. علاوه بر این نتایج مربوط به خوبی برازش مدل رگرسیون نشان دهنده این است که در روش GWR، آماره‌های خوبی برازش در مقایسه با روش حداقل مربعات معمولی وضعیت مطلوب و مناسبی را دارا می‌باشد. بنابراین به عنوان یک مقایسه تطبیقی از نتایج دو روش برآورد در داده‌های مکانی می‌توان نتیجه‌گیری نمود که رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی در مقایسه با روش OLS نتایج قابل استنادتری را ارائه نموده و تحلیل‌های آماری در این

روش با تورش کمتری مواجه می‌باشد. بنابراین در تحلیل‌های مکانی لازم است مدلسازی بر اساس تغییر ضرایب پارامترهای مدل صورت گیرد که مناسب‌ترین رویکرد برای این منظور استفاده از روش رگرسیون وزنی جغرافیایی است. به عنوان نتیجه گیری کلی خصوصیات دو روش OLS و GWR در جدول ۴ ارائه شده است

منابع

- اکبری، نعمت ا...؛ مویدفر، رزیتا (۱۳۸۳)؛ «بررسی همگرایی درآمد سرانه بین استان‌های کشور (یک رهیافت اقتصادسنجی فضایی)»؛ ***فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی***؛ شماره ۱۳، پاییز.
- اکبری، نعمت الله؛ عمادزاده، مصطفی؛ رضوی، سیدعلی (۱۳۸۳)؛ «بررسی عوامل موثر بر قیمت مسکن در شهر مشهد رهیافت اقتصاد سنجی فضایی در روش هدانیک»؛ ***فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی***، شماره ۱۱ و ۱۲.
- جعفری صمیمی، احمد؛ زروکی، شهریار؛ اعتصامی، حسین (۱۳۸۹)؛ «برآورد تابع تقاضای مسکن با استفاده از مدل هدانیک (مطالعه موردی شهر قائمشهر)»؛ ***فصلنامه اقتصاد کاربردی***، شماره ۲
- رحمانی، تیمور؛ امیری، میثم (۱۳۸۶)؛ «بررسی تاثیر رشد اقتصادی در استان‌های ایران با روش اقتصاد سنجی فضایی»؛ ***مجله تحقیقات اقتصادی***؛ شماره ۷۸، بهار.
- سعادت مهر، مسعود (۱۳۸۹)؛ «تخمین تابع قیمت هدانیک مسکن شهری خرم آباد با داده‌های مقطعی»؛ ***مجله دانش و توسعه***، شماره ۳۳.
- سلطانی، علی؛ احمدیان، علیرضا؛ اسمعیلی ایوکی، یوسف (۱۳۸۹)؛ «کاربرد مدل رگرسیون وزن‌دار فضایی (GWR) در بررسی روابط بین متغیرهای فضایی در یک پهنه شهری، نمونه موردی: - -منطقه ۷ شهرداری تهران»؛ ***فصلنامه آرمانشهر***، شماره ۴، بهار و تابستان.
- عسگری، علی؛ اکبری، نعمت ا...(۱۳۸۰)؛ «روش شناسی اقتصاد سنجی فضایی، تئوری و کاربرد»؛ ***مجله پژوهشی دانشگاه اصفهان***؛ جلد دوازدهم، شماره ۱ و ۲.
- قلی زاده، علی اکبر؛ بهبودی، داود؛ شکریان، احسان (۱۳۸۹)؛ «مقایسه‌ی مدل قیمت هدانیک سنتی و مدل قیمت هدانیک رید در برآورد تابع قیمت هدانیک مسکن (مطالعه موردی مناطق شهری استان همدان)»؛ ***فصلنامه اقتصاد مقداری***، شماره ۲.
- کسرایی، اسرافیل (۱۳۸۵)؛ «نظریه همگرایی، وابستگی فضایی و رشد منطقه‌ای (شواهدی از کشورهای عضو سازمان کنفرانس اسلامی به منظور کاربرد)»؛ ***مجله تحقیقات اقتصادی***؛ شماره ۷۷، بهمن و اسفند.
- گجراتی، دامودار (۱۹۹۵)؛ «**مبانی اقتصاد سنجی**»، ترجمه حمید ابریشمی (۱۳۸۵)، جلد اول، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ پنجم.

- محمدزاده، پرویز، منصوری، سعید و کوهی لیلان، بابک (۱۳۹۱)؛ «تخمین قیمت هدانیک ساختمانهای مسکونی در شهر تبریز :با رویکرد اقتصادسنجی فضایی»؛ ***فصلنامه مدلسازی اقتصادی***، سال ششم، شماره ۲؛ ۲۱-۳۸.
- مرکز آمار ایران ، آمار و اطلاعات آماری سال ۱۳۸۸، www.sci.org.ir
- موذن جمشیدی، سیده هما؛ مقیمی، مریم؛ اکبری، نعمت الله (۱۳۹۰)؛ «تحلیل تاثیر اندازه دولت بر توسعه‌ی انسانی در کشورهای OIC (رهیافت رگرسیون وزنی جغرافیایی (GWR))»؛ ***مطالعات و پژوهش‌های شهری و منطقه ای***، شماره ۸.
- Azevedo, J.V (2011). "***Econometrics The Multiple Regression Model: Estimation***"; Universidade Nova de Lisboa.
- Brunsdon, C; Fotheringham, A.S; Charlton, M.E (1996). "Geographically Weighted Regression: A Method for Exploring Spatial Nonstationarity"; ***Geographical Analysis***; Vol 28, Issue 4; P 281-298.
- Florax, R.J.G.M; Van Der Vlist, A.J (2003). "Spatial Econometric Data Analysis: Moving Beyond Traditional Models"; ***International Regional Science Review***; N 26, 3: 223-243, July.
- Fotheringham, A.S; Brunsdon, C; Charlton, M.E (2002). "***Geographically Weighted Regression the analysis of spatially varying relationships***"; JOHN WILEY & SONS.
- Gao, Jiangbo; Li, Shuangcheng (2011); "Detecting spatially non-stationary and scale-dependent relationships between urban landscape fragmentation and related factors using Geographically Weighted Regression"; ***Applied Geography***, N 31.
- Grubesic, Tony H; Mack, Elizabeth A; Kaylen, Maria T (2012); "Comparative modeling approaches for understanding urban violence"; ***Social Science Research***, N 41.
- Han, E (2011). *"**Econometrics Honor's Exam Review Session***"; Harvard University
- Liao, Wen-Chi; Wang, Xizhu (2012); "Hedonic house prices and spatial quantile regression"; ***Housing Economics***, N 21.
- Pohlmann, J.T; Leitner, D.W (2003). "A Comparison of Ordinary least Squares and Logistic Regression"; ***Ohio Journal of Science*.**
- Robinson, D.P. , Lioyd, C.D. and Mckinley, J.M. (2013), "Increasing the accuracy of nitrogen dioxide (NO2) pollution mapping using

geographically weighted regression (GWR) and geostatistics", ***International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation***, Vol.21: 374-383

- Tu, J. and Zong, G.X. (2008), "Examining spatially varying relationships between land use and water quality using geographically weighted regression I: Model design and evaluation", ***Science of The Total Environment***, Vol.407:358-378.
- Zhang, Honglei; Zhang, Jie ; Lu, Shaojing; Cheng, Shaowen; Zhang, Jinhe (2011);"Modeling hotel room price with geographically weighted regression"; ***Hospitality Management***; N 30.